RLC 串联电路的暂态过程研究

RC、RL 和 RLC 电路在电源接通和断开的暂短时间内，电路从一种稳态到另一种稳态所经历的过程，称之为暂态过程，暂态过程虽然很短，但它所产生的某些现象是非常重要且不可忽略。

【实验原理】

1. RC 串联电路的暂态特性

电压值从一个值跳变到另一个值称为阶跃电压

在图 1 所示电路中当开关 K 合向“1”时，设 C 中初始电荷为 0，则电源 E 通过电阻 R 对 C 充电，充电完成后，把 K 打向“2”，电容通过 R 放电，其充电方程为：

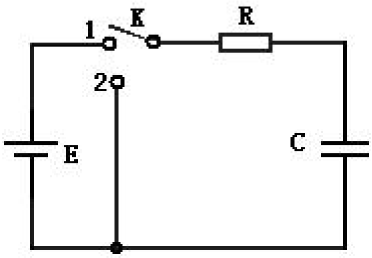

图 1 RC 串联电路的暂态特性

充电方程为：
$$\frac{dU_C}{dt}+\frac{1}{R\bullet C}\bullet U_C=\frac{E}{R\bullet C}$$

放电方程为：
$$\frac{dU_C}{dt}+\frac{1}{R\bullet C}\bullet U_C=0$$

可求得充电过程时：
$$U_C=E\bullet\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)\qquad U_R=E\bullet e^{-\frac{t}{RC}}$$

放电过程时：
$$U_C=E\bullet e^{-\frac{t}{RC}}\qquad U_R=-E\bullet e^{-\frac{t}{RC}}$$

由上述公式可知U_C、U_R和i均按指数规律变化。令$\tau=RC$，τ称为RC电路的时间常数。τ值越大，则U_C变化越慢，即电容的充电或放电越慢。图 2 给出了不同τ值的U_C变化情况，其中$\tau_1<\tau_2<\tau_3$ 。

图 2　不同τ值的 Uc 变化示意图

2．*RL* 串联电路的暂态过程

在图 3 所示的 *RL* 串联电路中，当 K 打向“1”时，电感中的电流不能突变，*L* 打向“2”时，电流也不能突变为 0，这两个过程中的电流均有相应的变化过程。类似 *RC* 串联电路，电路的电流、电压方程为

$$\text{电流增长过程}\begin{cases} U_L = E \bullet e^{-\frac{R}{L}t} \\ U_R = E \bullet (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \end{cases}$$

$$\text{电流消失过程}\begin{cases} U_L = -E \bullet e^{-\frac{R}{L}t} \\ U_R = E \bullet e^{-\frac{R}{L}t} \end{cases}$$

其中电路的时间常数　　　$\tau = \dfrac{L}{R}$

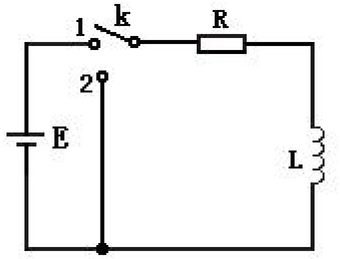

图 3 RL 串联电路的暂态过程

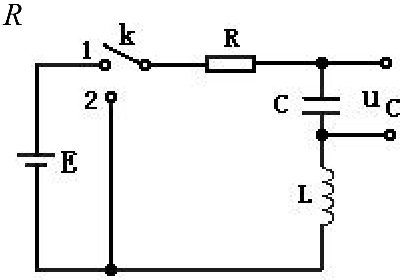

图 4 RLC 串联电路的暂态过程

3．*RLC* 串联电路的暂态过程

在图 4 所示的电路中，先将 K 打向“1”，待稳定后再将 K 打向“2”，这称为 *RLC* 串联电路的放电过程，这时的电路方程为：

$$L \bullet C \frac{d^2 U_C}{dt^2} + R \bullet C \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0$$

初始条件为 $t = 0$, $U_C = E$, $\dfrac{dU_C}{dt} = 0$，这样方程解一般按 R 值的大小可分为三种情况：

$R < 2\sqrt{L/C}$ 时，为欠阻尼 $U_C = \dfrac{1}{\sqrt{\left(1-\dfrac{C}{4R}\bullet R^2\right)}}\bullet E\bullet e^{-\frac{t}{\tau}}\bullet\cos(\omega t+\phi)$

其中 $\tau = \dfrac{2L}{R}$ ， $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{L\bullet C}}\sqrt{1-\dfrac{C}{4L}\bullet R^2}$

$R > 2\sqrt{L/C}$ 时，为过阻尼 $U_C = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{C}{4L}\bullet R^2-1}}\bullet E\bullet e^{-\frac{t}{\tau}}\bullet sh(\omega t+\phi)$

其中 $\tau = \dfrac{2L}{R}$ ， $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{L\bullet C}}\bullet\sqrt{\dfrac{C}{4L}\bullet R^2-1}$

$R = 2\sqrt{L/C}$ 时，为临界阻尼，$U_C = \left(1+\dfrac{t}{\tau}\right)\bullet E\bullet e^{-\frac{t}{\tau}}$ 。

图 5 为这三种情况下的 U_C 变化曲线，其中 1 为欠阻尼，2 为过阻尼，3 为临界阻尼。

图 5 放电时的 Uc 曲线示意图　　　　图 6 充电时的 Uc 曲线示意图

如果当 $R << 2\sqrt{L/C}$ 时，则曲线 1 的振幅衰减很慢，能量的损耗较小。能够在 L 与 C 之间不断交换，可近似为 LC 电路的自由振荡，这时 $\omega \approx \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$，$\omega_0$ 是 $R=0$ 时 LC 回路的固有频率。

对于充电过程，与放电过程相类似，只是初始条件和最后平衡的位置不同。

图 6 给出了充电时不同阻尼的 U_C 变化曲线图。

【实验内容】

1. RC 串联电路的暂态特性

(1)选择合适的R和C值，根据时间常数τ，选择合适的方波频率，一般要求方波的周期$T > 10\tau$，这样能较完整地反映暂态过程，并且选用合适的示波器扫描速度，以完整地显示暂态过程。

(2)改变R值或C值，观测U_R或U_C的变化规律，记录下不同RC值时的波形情况，并分别测量时间常数τ

(3)改变方波频率，观察波形的变化情况，分析相同的τ值在不同频率时的波形变化情况。

2. RL电路的暂态过程

选取合适的L与R值，注意R的取值不能过小，因为L存在内阻。如果波形有失真、自激现象，则应重新调整L值与R值进行实验，方法与RC串联电路的暂态特性实验类似。

3. RLC串联电路的暂态特性

(1)先选择合适的L、C值，根据选定参数，调节R值大小。观察三种阻尼振荡的波形。如果欠阻尼时振荡的周期数较少，则应重新调整L、C值。

(2)用示波器测量欠阻尼时的振荡周期T和时间常数τ。τ值反映了振荡幅度的衰减速度，从最大幅度衰减到 0.368 倍的最大幅度处的时间即为τ值。

【思考题】

1.在 RC 暂态过程中，固定方波的频率，而改变电阻的阻值，为什么会有不同的波形？而改变方波的频率，会得到类似的波形吗？

2.在 RLC 暂态过程中，若方波的频率很高或很低，能观察到阻尼振荡的波形吗？如何由阻尼振荡的波形来测量 RLC 电路的时间常数？