

## 静电场分布的描绘

带电物体周围存在着电场,带电物体间通过场相互作用。带电物体周围的场强分布与带电体的几何形状、大小、所在点的位置和带电体所带的电量有关。知道了场强的分布就可以计算出相互作用力的大小,并根据一定的初始条件求得带电体的运动规律或者形变的大小。但是场强是矢量,不但有大小而且有方向。场中某点场强的测量要首先确定场中该点电势变化的最大方位,然后在这方位上测定电势的空间变化率,最后定出场强的方向。值得注意的是,场中的电势是标量,与方向无关,如果测量到电势的分布即各点的电势值,并连接等电势点成等电势线,那么任意点的场强也可方便地计算出来,使场强的测量免去了方向和变化率的测量.所以等电势线的描绘是研究电场的基础。

真正的静电场不能用直流电表直接测量,因为静电场中没有运动的电荷,不能使电表的指针偏转。如果将带电体放在导电的介质里,维持带电体间电势差不变,介质里便会有恒定不变的电流,这样,就可用电压表测量介质中各点的电势值,再根据电势变化的最大方向可计算出电场强度。理论和实验都能证明,导电介质里由恒定电流建立的电场(称为恒定电流场)与静电场的规律完全相似,因此在恒定电流场中测量到的电势分布可应用到静电场中去,这种比拟方法叫做模拟法。

静电场的性质是用空间各点的场强和电势来表示的,也常常形象地以电场线和等势面来描绘。由于电场中任一点的电场线和等势面相互正交,因此,如果找到了电场的等势面分布,也很容易找出电场线分布。

在实验中用稳恒电流场来模拟静电场,稳恒电流场与静电场是两种不同性质的场,但是他们两者在一定条件下具有相似的空间分布,即两种遵守规律在形式上相似,都可以引入电位  $U$ , 电场强度  $\vec{E}$ , 都遵守高斯定律。

对于静电场, 电场强度在无源区域内满足以下积分关系:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

对于稳恒电流场, 电流密度矢量  $\vec{J}$  在无源区域内也满足类似的积分关系

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \oint_L \vec{J} \cdot d\vec{l} = 0$$

由此可见  $\vec{E}$  和  $\vec{J}$  在各自区域中满足同样的数学规律。在相同边界条件下, 具有相同的解析解。因此, 我们可以用稳恒电流场来模拟静电场。

在模拟的条件上，要保证电极形状一定，电极电位不变，空间介质均匀，在任何一个考察点，均应有“ $U_{\text{稳恒}}=U_{\text{静电}}$ ”或“ $E_{\text{稳恒}}=E_{\text{静电}}$ ”。下面用具体实验来讨论这种等效性。

### 【实验原理】

#### 1. 同轴电缆及其静电场分布

如图 1(a)所示，在真空中有一半径为 $r_a$ 的长圆柱体 A 和一内半径为 $r_b$ 的长圆筒形导体 B，它们同轴放置，分别带等量异号电荷。由高斯定理知，在垂直于轴线的任一截面 S 内，都有均匀分布的辐射状电场线，这是一个与坐标 Z 无关的二维场。在二维场中，电场强度 E 平行于 XY 平面，其等位面为一簇同轴圆柱面。因此只要研究 S 面上的电场分布即可。

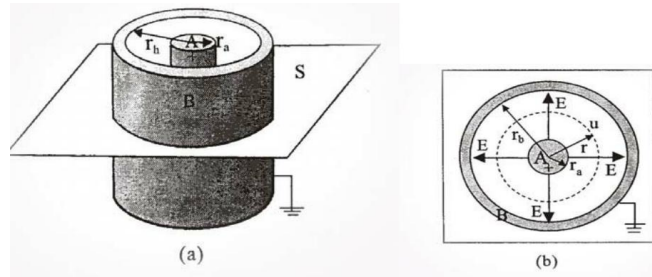


图 1 同轴电缆及其静电场分布

由静电场中的高斯定理可知，距轴线的距离为  $r$  处(见图 1b)的各点电场强度为

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

式中  $\lambda$  为柱面各单位长度的电荷量，其电位为

$$U_r = U_a - \int_{r_a}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} = U_a - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{r_a}$$

设  $r = r_b$  时,  $U_b = 0$ , 则有

$$\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} = \frac{U_a}{\ln \frac{r_b}{r_a}}$$

代入上式，得

$$U_r = U_a \frac{\ln \frac{r_b}{r}}{\ln \frac{r_b}{r_a}}$$

$$E_r = \frac{U_a}{\ln \frac{r_b}{r_a}} \cdot \frac{1}{r}$$

#### 2. 同圆柱面电极间的电流分布

若上述圆柱形导体 A 与圆筒形导体 B 之间充满了电导率为  $\sigma$  的不良导体，A、B 与电源电流正负极相连接（见图 2），A、B 间将形成径向电流，建立稳恒电流场  $E'_r$ ，可以证明不

良导体中的电场强度  $E'_r$  与原真空中的静电场  $E_r$  是相等的。

取厚度为  $t$  的圆轴形同轴不良导体片为研究对象, 设材料电阻率为  $\rho (\rho = 1/\sigma)$ , 则任意半径  $r$  到  $r + dr$  的圆周间的电阻是:

$$dR = \rho \cdot \frac{dr}{s} = \rho \cdot \frac{dr}{2\pi r t} = \frac{\rho}{2\pi t} \cdot \frac{dr}{r}$$

则半径为  $r$  到  $r_b$  之间的圆柱片的电阻为

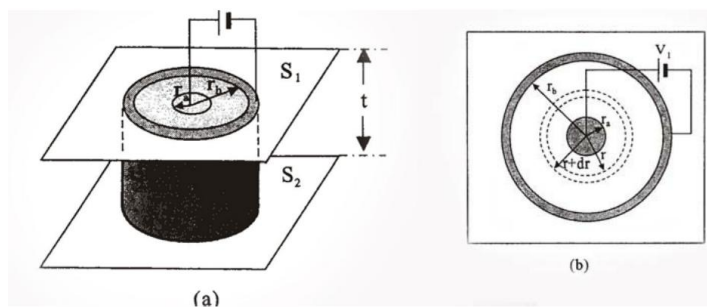


图2 同轴电缆的模拟模型

$$R_{r_a r_b} = \frac{\rho}{2\pi t} \int_{r_a}^{r_b} \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi t} \ln \frac{r_b}{r_a}$$

总电阻为(半径  $r_a$  到  $r_b$  之间圆柱片的电阻)

$$R_{r_a r_b} = \frac{\rho}{2\pi t} \ln \frac{r_b}{r_a}$$

设  $U_{b=0}$ , 则两圆柱面间所加电压为  $U_a$ , 径向电流为

$$I = \frac{U_a}{R_{r_a r_b}} = \frac{2\pi t U_a}{\rho \ln \frac{r_b}{r_a}}$$

距轴线  $r$  处的电位为

$$U'_r = IR_{r_b} = U_a \frac{\ln \frac{r_b}{r}}{\ln \frac{r_b}{r_a}}$$

则  $E'_r$ :

$$E'_r = \frac{U_a}{\ln \frac{r_b}{r_a}} \cdot \frac{1}{r}$$

由以上分析可见,  $U_r$  与  $U'_r$ 、 $E_r$  与  $E'_r$  的分布函数完全相同。

## 【实验内容】

### 1、描绘同轴电缆的静电场分布

(1) 利用图2所示模拟模型, 将导电微晶上内外两电极分别与直流稳压电源的正负极相连接, 电压表正负极分别与同步探针及电源负极相连接, 移动同步探针测绘同轴电缆的等位线簇。要求相邻两等势(位)线间的电势(位)差为1伏, 以每条等势线上各点到原点的平均距离  $\bar{r}$  为半径画出等位线的同心圆簇。然后根据电场线与等位线正交原理, 再画出电场线, 并指出电场强度方向, 得到一张完整的电场分布图。在坐标纸上作出相对电位  $U_r/U_a$

和  $\ln r$  的关系曲线，并与理论结果比较，再根据曲线的性质说明等位线是以内电极中心为圆心的同心圆。

若测出内、外两圆柱形电极和半径  $r_a$  和  $r_b$ ，可以在半对数坐标纸上把各等势（位）线的电势（位）与其半径的关系进行定量分析。

2、（选做）描绘模拟聚焦电极和长平行导线间的电场分布图。（方法与上面类似，略。）

### 【仪器描述】

#### 1、静电场测定仪

HLD-DZ-IV 型静电场描绘实验仪（包括导电微晶、双层固定支架、同步探针等），支架采用双层式结构，上层放记录纸，下层放导电微晶。电极已直接制作在导电微晶上，并将电极引线接出到外接线柱上，电极间制作有导电率远小于电极且各向均匀的导电介质。接通直流电源（10V）就可以进行实验。在导电微晶和记录纸上方各有一探针，通过金属探针臂把两探针固定在同一手柄座上，两探针始终保持在同一铅垂线上。移动手柄座时，可保证两探针的运动轨迹是一样的。由导电微晶上方的探针找到待测点后，按一下记录纸上方的探针，在记录纸上留下一个对应的标记。移动同步探针在导电微晶上找出若干电位相同的点，由此即可描绘出等位线。

### 【思考题】

1、根据测绘所得等位线和电力线分布，分析哪些地方场强较强，哪些地方场强较弱？

2、从实验结果能否说明电极的电导率远大于导电介质的电导率？如不满足这条件会出现什么现象？

3、在描绘同轴电缆的等位线簇时，如何正确确定圆形等位线簇的圆心，如何正确描绘圆形等位线？

4、由导电微晶与记录纸的同步测量记录，能否模拟出点电荷激发的电场或同心圆球壳型带电体激发的电场？为什么？